■目次（**ほげ**が今回の範囲）

第 4 回の授業では，2 進数で負の数を表現法する方法を学んだ．また，第 3 回で学んだ加算の場合と同様に，論理ゲートを組み合わせれば減算を行う論理回路を作れることも知った．今回は，「第 1 部」の締めくくりとして，まずは加算と減算を一つの論理回路で実現する方法を考える．次に，2 進数と 2 の補数表現の復習を兼ねて，コンピュータによる演算で困ったことが起こる場合（オーバーフロー）について検討する．その後は，これまで学んだことをもとにしてコンピュータの仕組み，特にその中核である CPU の仕組みを考える「第 2 部」に入っていく．

★ 3　負の数の表現と減算の仕組み（承前）

★ 3.4　複数桁の加減算ができる論理回路

第 3 回の授業で登場した複数桁の加算器と，第 4 回に登場した複数桁の減算器は，ほとんどの部分が共通の部品（全加算器）でできていた．少し回路を工夫すると，両者の機能を併せ持ち，加算と減算を切り替えて実行できる論理回路を作ることができる（下図右）．この回路は，F が 0 ならば 4 ビットの 2 進数同士の和 $A_3A_2A_1A_0 + B_3B_2B_1B_0$ を出力し，F が 1 ならば差 $A_3A_2A_1A_0 - B_3B_2B_1B_0$ を出力する．ただし，4 ビットで 2 の補数表現を用いると仮定している．

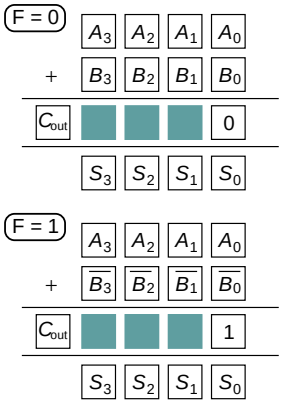
この回路の動作をもう少し詳しく説明すると，次のようになる．

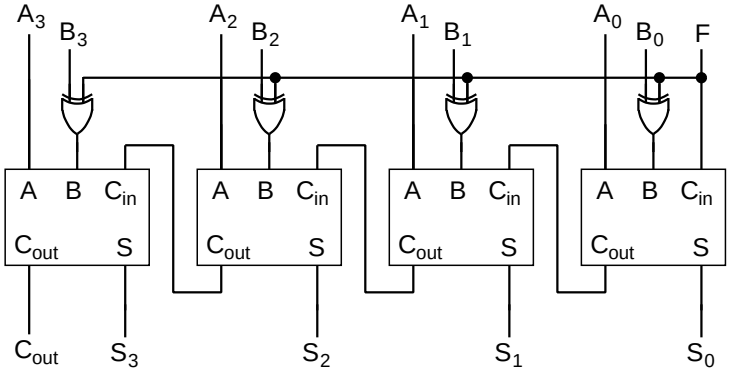
- $F = 0$ のとき： B_i $(i = 0, 1, 2, 3)$ がそれぞれ入力される XOR ゲートは，B_i の値そのものを出力する (☆ 1)．また，最下位桁の全加算器の C_{in} への入力は 0 である．したがって，このときの回路は 4 ビットの加算器と同じ動作をする．
- $F = 1$ のとき： B_i がそれぞれ入力される XOR ゲートは，B_i の値を反転したもの $(\overline{B}_i)$ を出力する．また，最下位桁の全加算器の C_{in} への入力は 1 である．これらをあわせて，$B_3B_2B_1B_0$ の 2 の補数をとった値と $A_3A_2A_1A_0$ の加算を実行することになる．つまり，このときの回路は 4 ビットの減算器と同じ動作をする．

☆ 1) F と B_i を入力として XOR の真理値表を書くと次のようになる．

F	B_i	出力
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

これを見ると，$F = 0$ なら B_i の値がそのまま出力され，$F = 1$ なら B_i を反転した値が出力されることになるのがわかる．





★ 3.5　オーバーフロー

★ 3.5.1　オーバーフローとは & 符号なしの 2 進数の場合

Q1. 4 ビット符号なし (☆ 2) の 2 進数で表せる最大の数はいくつか．2 進数と 10 進数の両方で答えなさい．

Q2. 15 と 2 を 4 ビット符号なしの 2 進数で表しなさい．さらに，15 + 2 を 2 進数の筆算で計算しなさい．

Q2 の答えを眺めると，15 も 2 も 4 ビットで表せる数なのに，加算すると最上位桁からの桁上げが発生してしまい，和を表すのに 5 ビット必要になってしまっている．このことは，人間が筆算する場合にはなんともないが，コンピュータの気持ちになるとやっかいな問題となる．なぜなら，コンピュータの内部では普通，整数を固定のビット長 (☆ 3) で表す前提で加減算の回路が作られているからである．例えば★ 3.4 の加減算回路は入力が 4 ビットでなければならず，5 ビット以上必要な数が出てきてしまうと，正しい演算ができなくなってしまう (☆ 4)．

上記の例のように，**固定の桁数で表した数同士の演算の結果が，その桁数で表せる範囲を外れてしまう**ことを，**オーバーフロー** (☆ 5) という．4 ビット符号なしの 2 進数の場合，15 + 2 の演算はオーバーフローを起こす．結果を 4 ビットの範囲で解釈すると 0001 ということになり，15 + 2 = 1 というおかしな結果となってしまう (☆ 6)

★ 3.5.2　符号ありの 2 進数の場合

2 の補数を用いて負の数も表現する場合にもオーバーフローは起こる．復習を兼ねて，加算の例で確かめてみよう．

Q3. 4 ビットで 2 の補数表現を用いて正負の数を 2 進表現するとして，右の 10 進 2 進対応表を完成させなさい．「:」の部分も省略せずに全て書くこと．

10 進	2 進	備考
		最大の数
:	:	
1		
0	0000	
−1		
:	:	
		最小の数

Q4. 次のそれぞれの数について，2 の補数表現を用いて 4 ビットの 2 進数で表し，それらの和を求めなさい．さらに，最上位桁からの桁上げを無視して結果を 4 ビットの数として解釈するといくつになるか，および，オーバーフローしているかどうか，を答えなさい．
(1) 4 と 3,　(2) 4 と 4,　(3) −4 と −4,　(4) −4 と −5

☆ 2) 0 以上の整数のみを表すやり方で，ってこと．

☆ 3) 現代のコンピュータでは，ビット長が 8 の倍数 $(8, 16, 32, 64, \dots)$ であることが多い．理由はいずれまた．

☆ 4) 実は，C_{in} と C_{out} をうまく使って複数桁の加減算を何度も繰り返すようにすれば，そういう場合にも対処可能なのだが，詳しい説明は省略する．

☆ 5) overflow

☆ 6) オーバーフローすると演算結果を信用できなくなって困るので，コンピュータの演算回路はオーバーフローを検出できるようになっている．例えば，★ 3.4 の回路で 4 ビット符号なしの数の加算を行う場合，最上位桁からの桁上げ C_{out} が 1 であればオーバーフローである．符号ありの場合はもう少し複雑なので説明は省略するが，同様に検出できる．

★ 3.5.3 C 言語プログラムとオーバーフロー

overflow.c

```
 1  #include <stdio.h>
 2
 3  int main(void)
 4  {
 5    char x;           // char 型は 8bit 符号付き整数
 6    unsigned char y;  // unsigned char 型は 8bit 符号なし整数
 7
 8    x = 126; printf("x = %d\n", x);  // char 型の変数に
 9    x++;     printf("x = %d\n", x);  // 126 を代入して
10    x++;     printf("x = %d\n", x);  // 1 を加えていってみる
11    printf("\n");
12    y = 126; printf("y = %d\n", y);  // unsigned char 型の変数に
13    y++;     printf("y = %d\n", y);  // 126 を代入して
14    y++;     printf("y = %d\n", y);  // 1 を加えていってみる
15    printf("\n");
16    y = 254; printf("y = %d\n", y);  // unsigned char 型の変数に
17    y++;     printf("y = %d\n", y);  // 254 を代入して
18    y++;     printf("y = %d\n", y);  // 1 を加えていってみる
19
20    return 0;
21  }
```

実行結果

```
x = 126
x = 127
x = -128

y = 126
y = 127
y = 128

y = 254
y = 255
y = 0
```

overflow2.c

```
 1  #include <stdio.h>
 2
 3  int main(void)
 4  {
 5    char x;  // char 型は 8bit 符号付き整数
 6    int  y;  // int 型はコンピュータによって様々
 7             // でも今時の普通は 32bit
 8
 9    // そのことを確認.「sizeof ほげ」は，ほげのビット長を
10    // 1 バイト（=8 ビット）単位で教えてくれる
11    printf("char: %d, int: %d\n",
12           8*(int)sizeof x, 8*(int)sizeof y);
13
14    // printf の書式指定に %x と書くと 16 進数で出力
15    y = 9;
16    printf("y = %d   %x\n", y, y);
17    y++;  printf("y = %d   %x\n", y, y);
18    y++;  printf("y = %d   %x\n", y, y);
19    printf("\n");
20    y = 0x7ffe;  // 16 進数で 7FFE になる数を y に代入
21    printf("y = %d   %x\n", y, y);
22    y++;  printf("y = %d   %x\n", y, y);
23    y++;  printf("y = %d   %x\n", y, y);
24    printf("\n");
25    y = 0x7ffffffe; // 7F FF FF FE
26    //  = 01111111 11111111 11111111 11111110
27    printf("y = %d   %x\n", y, y);
28    y++;  printf("y = %d   %x\n", y, y);
29    y++;  printf("y = %d   %x\n", y, y);
30
31    return 0;
32  }
```

実行結果

（見やすくするために改行を適当に入れてます）

```
char: 8, int: 32

y = 9   9
y = 10   a
y = 11   b

y = 32766   7ffe
y = 32767   7fff
y = 32768   8000

y = 2147483646   7ffffffe
y = 2147483647   7fffffff
y = -2147483648   80000000
```

★ 4　コンピュータの構成

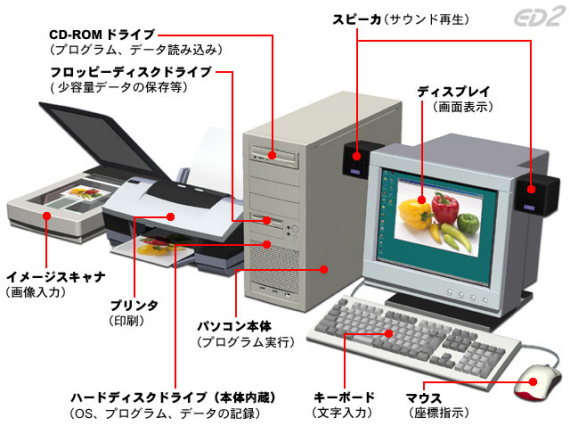
現代では，世の中の&身の回りの様々なものに「コンピュータ」が内蔵されている．この授業の目標は，そのようなコンピュータたちが何をやっているのか，それらの動作の仕組みを学ぶことである．これから数回の授業（第 2 部）では特に，コンピュータの中核となっている「CPU」と呼ばれるものに焦点をあて，その仕組みの理解を目指す．

★ 4.1　コンピュータ共通の仕組み

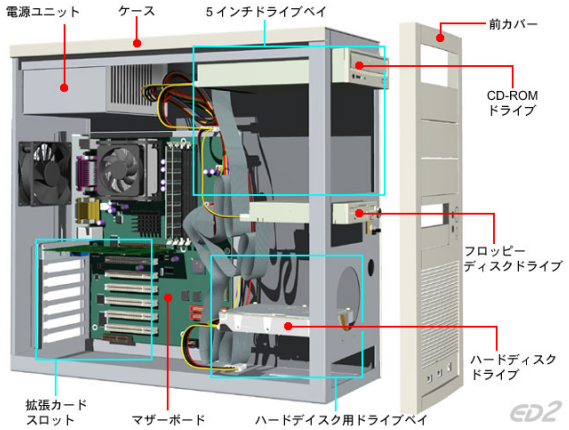
★ 4.1.1　PC を分解してみよう

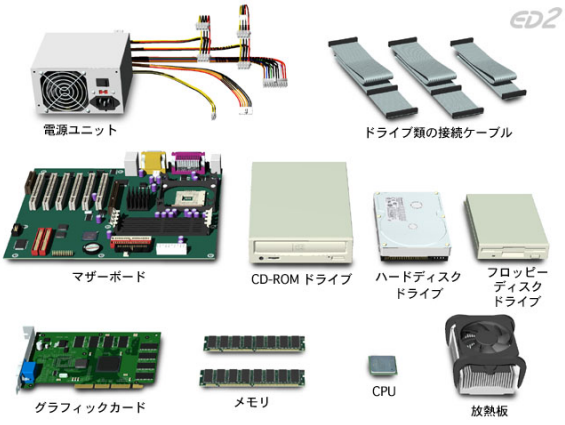
まずは，「コンピュータ」と聞いて真っ先に思い浮かびそうな，**PC**(☆ 7) の中身を覗いてみよう．右下図 (☆ 8) は，典型的な PC がその**周辺機器**とともに設置されている場面を描いている（描かれてるのは一昔前のものだが，現在でも本質的にはそう違わない）．PC に接続される周辺機器は，次のように大きく分類できる：

- **入力装置**: コンピュータに情報を入力する．キーボード，マウスなど
- **出力装置**: コンピュータからの出力を取り出す．ディスプレイ，プリンタなど
- **補助記憶装置**: コンピュータに入力／から出力される情報を保存しておく（あとで「主」記憶も出てきます）．ハードディスクドライブなど．



次の図は，PC 本体の内部と，PC を分解して部品を取り出した様子を表している．





この図に描かれている PC の場合，ケースの内部にハードディスクドライブ等も内蔵されているが，これらは上述の周辺機器の一種である．その他にも様々な機器があるが，コンピュータとしての機能の中核を担っているのは，**CPU**(☆ 9) と**メモリ**（**主記憶装置**とも言う (☆ 10)），およびそれらと様々な機器を接続する役割をする**マザーボード** (☆ 11) である．

☆ 7) Personal Computer, パーソナルコンピュータ

☆ 8) 「ED2」と記されている画像は，「情報機器と情報社会のしくみ素材集」のものを利用させてもらってます：http://www.sugilab.net/jk/joho-kiki/

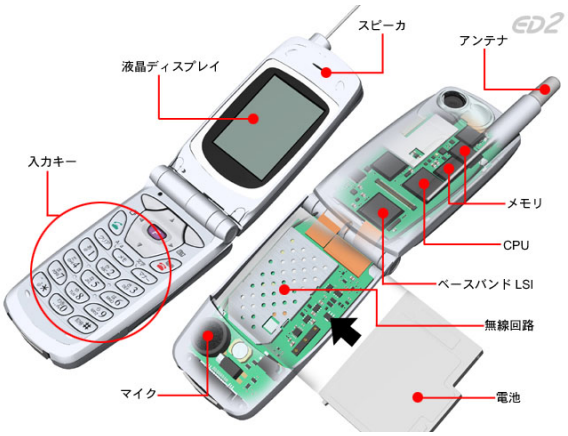
☆ 9) Central Processing Unit．中央演算処理装置とも．単にプロセッサと呼ぶことも．

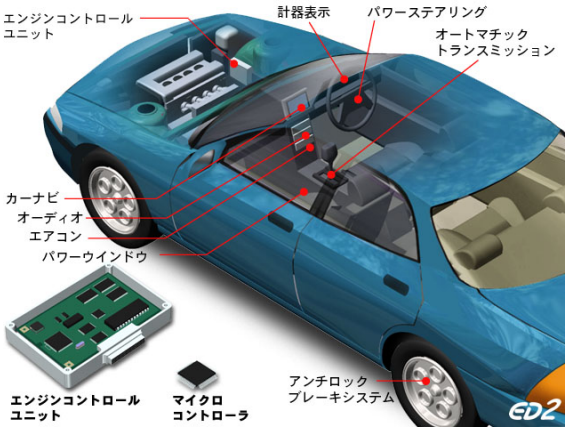
☆ 10) memory．メインメモリとも．

☆ 11) motherboard

★ 4.1.2　こんなところにもコンピュータが

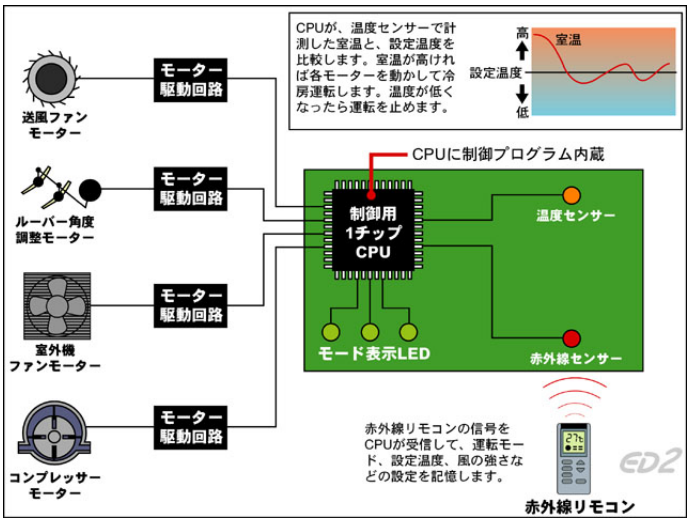
左下の図は，携帯電話内部の様子を示している．携帯電話やスマートフォンは，コンピュータとその周辺機器を，小さなケースの中にぎゅっと詰め込んだものといえる．図にも示されているように，やはり CPU やメモリが備わっている．





一方, 右上は, 自動車の例である．近年では，1 台の自動車の中には数十台ものコンピュータが搭載されている．その種類も多く，計器表示やパワーウィンドウの制御などを個別に行う単純なもの（後述の家電製品のものに近い），カーナビのように PC やスマートフォンに近い機能をもったもの，エンジンのコントロールに特化した特殊なものなど，実に様々である．図には描かれていないが，やはりいずれも，CPU とメモリが様々な機器と接続した構成となっている．

右図は，エアコンを例に，家電製品に組み込まれたコンピュータの様子を示している．家電製品などの場合，CPU やメモリとその周辺の回路をひとまとめにした 1 つの電子部品でコンピュータができていることも多い．



★ 4.1.3　各種コンピュータに共通の仕組み

右図は，コンピュータの仕組みを，情報の流れに注目して描いたものである．

★★（肝心の所．講義時に右図を使って解説します）★★

注： I/O は Input/Output つまり入力/出力の略．**インタフェイス** (interface) とは，inter（何かと何かの間）, face（顔，面）と分解できることからわかるように，2 つ以上の何かが向き合ってる間に入って，それらのなかだちをするもの．